

**Bartłomiej Plączek**

Politechnika Śląska, Wydział Transportu

# ZASTOSOWANIE ROZMYTYCH AUTOMATÓW KOMÓRKOWYCH DO MODELOWANIA RUCHU DROGOWEGO

Rękopis dostarczono, listopad 2012

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono metodę modelowania ruchu drogowego, która stanowi połączenie metody automatów komórkowych i arytmetyki liczb rozmytych. Modele ruchu bazujące na teorii automatów komórkowych są coraz częściej wykorzystywane w opracowaniach dotyczących sterowania ruchem drogowym. Jednakże dyskretny i stochastyczny charakter tego rodzaju modeli utrudnia ich zastosowanie do sterowania adaptacyjnego w czasie rzeczywistym. Zaproponowane rozwiązanie eliminuje wady automatów komórkowych wynikające z konieczności stosowania metody Monte Carlo i dyskretnych wartości parametrów. Opracowany rozmyty automat komórkowy pozwala odwzorować proces rozładowania kolejki pojazdów na wlocie skrzyżowania. Jednocześnie złożoność obliczeniowa algorytmu symulacji dla rozmytego automatu komórkowego jest znacznie niższa, co jest szczególnie istotne w przypadku zastosowań do sterowania ruchem drogowym.

**Słowa kluczowe:** modelowanie ruchu, sterowanie ruchem drogowym, rozmyte automaty komórkowe

## 1. WPROWADZENIE

Modele ruchu są stosowane w sterowaniu ruchem drogowym do predykcji wpływu podejmowanych decyzji sterujących na efektywność ruchu. Systemy adaptacyjnego sterowania ruchem drogowym muszą zapewnić możliwość przetwarzania danych pomiarowych w czasie rzeczywistym. A zatem, potrzebny jest kompromis pomiędzy dokładnością zastosowanego modelu ruchu drogowego i jego złożonością obliczeniową.

Obecne metody sterowania ruchem drogowym bazują głównie na modelach makro i mezoskopowych. Tego rodzaju modele uwzględniają parametry definiowane dla strumieni lub grup pojazdów [8]. Nie opisują one ruchu pojedynczych pojazdów, a co za tym idzie, nie pozwalają w pełni wykorzystać informacji, którą można uzyskać dzięki nowym technologiom monitorowania ruchu (m. in. sieciom sensorowym, i wideo-detekcji) [10, 13].

Dane dotyczące poszczególnych pojazdów (np.: położenie, prędkość, klasa, relacja) są istotne i przydatne z punktu widzenia zadań sterowania ruchem. Z tego względu, coraz

więcej uwagi poświęca się możliwościom zastosowania mikroskopowych (symulacyjnych) modeli ruchu do celów sterowania. Wśród modeli mikroskopowych najniższą złożonością obliczeniową cechują się modele bazujące na automatach komórkowych [6]. Jednakże dyskretny i stochastyczny charakter tego rodzaju modeli utrudnia ich kalibrację i wiąże się z koniecznością czasochłonnej symulacji metodą Monte Carlo.

W niniejszym artykule przedstawiona została metoda modelowania ruchu drogowego, która wykorzystuje rozmyte automaty komórkowe. W przypadku tradycyjnych automatów komórkowych niepewność modelu jest uwzględniana za pośrednictwem parametrów probabilistycznych. Zgodnie z zaproponowanym podejściem, probabilistyczny opis niepewności został zastąpiony przez liczby rozmyte, które odwzorowują położenia pojazdów, prędkości i inne parametry ruchu. Takie rozwiązanie pozwala skutecznie kalibrować model i eliminuje konieczność stosowania metody Monte Carlo [12]. Dzięki zastosowaniu liczb rozmytych uwzględniona została również niepewność danych wejściowych i wyników symulacji ruchu.

## 2. STAN ZAGADNIENIA

Automaty komórkowe zyskały popularność jako narzędzie modelowania ruchu drogowego dzięki swej wysokiej wydajności obliczeniowej i zdolności do odtwarzania podstawowych zjawisk obserwowanych w rzeczywistym ruchu drogowym [2, 6].

W wielu opracowaniach dostępnych w literaturze automaty komórkowe są stosowane do symulacji ruchu pojazdów na skrzyżowaniach z sygnalizacją świetlną. Praca [3] zawiera propozycję modelu miejskiej sieci drogowej, którego podstawę stanowi stochastyczny automat komórkowy Nagela-Schreckenberga (NaSch). W modelu uwzględnione zostały różnego rodzaju skrzyżowania, m. in. skrzyżowania z sygnalizacją. Aby odwzorować rzeczywistą przepustowość modelowanych skrzyżowań wprowadzono odpowiednie wartości parametru probabilistycznego (tzw. prawdopodobieństwa zahamowania). Modyfikacje tego modelu można znaleźć w publikacjach [4, 5, 15].

Model bazujący na automacie komórkowym NaSch został zastosowany m. in. do optymalizacji skoordynowanego systemu sygnalizacji świetlnej [1]. Innym przykładem zastosowania w sterowaniu ruchem drogowym jest system przedstawiony w pracy [7]. Programy sygnalizacji świetlnej w tym systemie są optymalizowane przy użyciu algorytmu genetycznego. Wyniki symulacji realizowanej za pomocą automatów komórkowych stanowią podstawę oceny przystosowania osobników reprezentujących różne programy sygnalizacji. Działanie algorytmu badano dla sieci drogowej zawierającej 20 skrzyżowań. Przedmiotem analizy było również porównanie efektywności sterowania ruchem dla stochastycznej i deterministycznej wersji automatu komórkowego.

Rosenblueth i Gershenson [14] wykorzystali deterministyczne elementarne automaty komórkowe do opracowania modelu skrzyżowania z sygnalizacją świetlną. Ich model pozwala symulować ruch drogowy w czasie rzeczywistym dla sieci zawierających setki skrzyżowań. Rozwiązanie to, w porównaniu z modelami bazującymi na automacie NaSch, cechuje niższa złożoność obliczeniowa, którą uzyskano kosztem wierności odwzorowania rzeczywistego ruchu drogowego. Niska złożoność obliczeniowa modelu wynika z

wyeliminowania parametrów probabilistycznych i użycia elementarnych automatów komórkowych, dla których stany komórek przyjmują wyłącznie wartości binarne.

Zależności pomiędzy parametrami automatów komórkowych i wartościami natężeń nasycenia dla modeli skrzyżowań z sygnalizacją świetlną zostały poddane szczegółowej analizie w pracy [16]. Wnioski zamieszczone w tej pracy wskazują, że odpowiedni dobór parametrów probabilistycznych umożliwia uzyskanie pożądanej wartości natężenia nasycenia dla strumienia pojazdów modelowanego za pomocą stochastycznego automatu komórkowego.

Modele hybrydowe, które łączą elementy teorii automatów komórkowych i zbiorów rozmytych nazywane są rozmytymi automatami komórkowymi. W literaturze można znaleźć kilka przykładów zastosowania rozmytych automatów komórkowych do modelowania ruchu drogowego. Możliwość symulowania strumieni pojazdów sterowanych sygnalizacją świetlną za pomocą rozmytego automatu komórkowego omówiono w pracach [9] i [12]. Zaproponowany model wykorzystano również do oceny efektywności sterowania ruchem drogowym [11].

### 3. KLASYCZNE AUTOMATY KOMÓRKOWE

Symulacja ruchu drogowego na skrzyżowaniach wymaga właściwego odwzorowania procesu rozładowania kolejek pojazdów. Odpowiednia kalibracja modeli ruchu wykorzystujących automaty komórkowe nie jest łatwym zadaniem ze względu na ich dyskretny charakter oraz niewielką liczbę parametrów.

Modele ruchu drogowego bazujące na automatach komórkowych opisują prędkości i położenia pojazdów w dyskretnych krokach czasowych. Pozycja  $x_{i,t}$  wskazuje komórkę, którą zajmuje pojazd  $x$  w kroku  $t$ . Prędkość  $v_{i,t}$  jest wyrażana liczbą komórek przebytych przez pojazd  $i$  w trakcie jednego kroku czasowego. Dyskretne wartości reprezentujące położenia i prędkości pojazdów są aktualizowane podczas każdego kroku czasowego zgodnie z tzw. regułą automatu komórkowego. Reguła automatu uwzględnia prędkość pojazdu w poprzednim kroku czasowym, liczbę wolnych komórek przed pojazdem (tzw. lukę)  $g_{i,t}$  i prędkość maksymalną  $v_{max}$ .

Dla deterministycznych automatów komórkowych regułę można zapisać w następującej postaci:

$$x_{i,t+1} = f(x_{i,t}, v_{i,t-1}, g_{i,t}) \quad (1)$$

gdzie:  $v_{i,t-1} = x_{i,t} - x_{i,t-1}$ ,  $f$  jest funkcją dyskretną o parametrze  $v_{max}$ .

Przykładem takiego modelu jest deterministyczny odpowiednik automatu NaSch. Jego reguła jest dana wzorem:

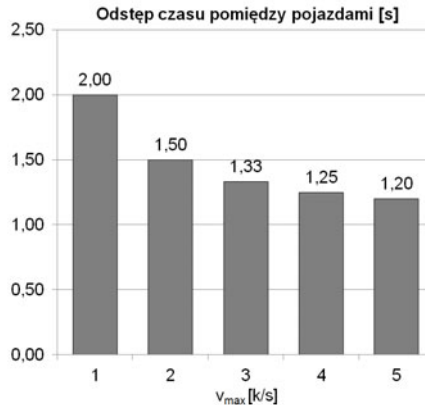
$$x_{i,t+1} = \min(x_{i,t} + v_{i,t-1} + 1, x_{i,t} + g_{i,t}, x_{i,t} + v_{max}) \quad (2)$$

Dla tak zdefiniowanego modelu, odstęp czasu pomiędzy pojazdami opuszczającymi kolejkę (wyrażony w pojazdach na krok czasowy) wynosi:

$$\Delta t = \frac{v_{\max} + 1}{v_{\max}} \quad (3)$$

Szczegółową dyskusję i wyprowadzenie powyższego równania przedstawiono w pracy [16].

Wartość odstępów dla modelu deterministycznego można zatem regulować poprzez modyfikację funkcji  $f$  i zmianę wartości parametru  $v_{\max}$ . W praktyce prędkość maksymalna  $v_{\max}$  przyjmuje wartości całkowite z zakresu od 1 do 5 komórek na krok czasowy. Taki zakres wynika z założeń dotyczących długości kroku czasowego i długości komórki: długość kroku czasowego powinna w przybliżeniu być równa długości czasu reakcji kierowcy; natomiast długość komórki ustala się jako średnią długość odcinka drogi zajętego przez pojazd zatrzymany w kolejce. Należy również zauważyć, że możliwość modyfikacji funkcji  $f$  jest mocno ograniczona, ponieważ reguła automatu musi odzwierciedlać rzeczywiste zachowania kierowców.



Rys. 1. Odstęp czasu między pojazdami w dyskretnym automacie komórkowym

Jak wynika z powyższych rozważań, kalibracja deterministycznego automatu komórkowego sprowadza się do wyboru jednego spośród kilku ustawień. W związku z tym nie ma możliwości odwzorowania dowolnej wartości odstępów czasu dla modelowanego strumienia pojazdów. Rys. 1 przedstawia wartości odstępów czasu jakie można uzyskać dla modelu opisanego wzorem (2), przy założeniu, że krok czasowy symulacji odpowiada 1 sekundzie. Należy zauważyć, że w przypadku deterministycznego automatu komórkowego uzyskuje się jednakową, stałą wartość odstepu czasu dla całego strumienia pojazdów.

W przypadku stochastycznych automatów komórkowych uwzględniane są losowe zachowania kierowców za pomocą dodatkowego parametru probabilistycznego. Reguła stochastycznego automatu komórkowego ma postać:

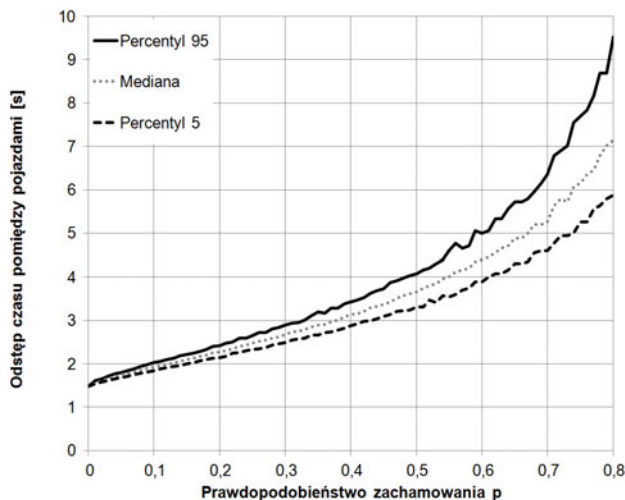
$$x_{i,t+1} = \varphi(x_{i,t}, v_{i,t-1}, g_{i,t}, \xi_{i,t}), \quad (4)$$

gdzie:  $\varphi$  – funkcja dyskretną o parametrach  $v_{max}$ ,  $p$ ,  $\xi_{i,t}$  – zmienna losowa o rozkładzie równomiernym, przyjmująca wartości z przedziału  $[0; 1]$ .  
Przykładem jest reguła stochastycznego modelu NaSch:

$$x_{i,t+1} = \begin{cases} \min(x_{i,t} + v_{i,t-1} + 1, x_{i,t} + g_{i,t}, x_{i,t} + v_{max}) & \text{dla } \xi_{i,t} > p, \\ \max(0, \min(x_{i,t} + v_{i,t-1} + 1, x_{i,t} + g_{i,t}, x_{i,t} + v_{max}) - 1) & \text{dla } \xi_{i,t} \leq p. \end{cases} \quad (5)$$

Parametr probabilistyczny  $p$ , który może przyjmować wartości rzeczywiste z przedziału  $[0; 1]$ , nazywany jest prawdopodobieństwem zahamowania. W rozwiązaniach literaturowych odpowiedni dobór parametru  $p$  stanowi podstawę kalibracji modelu w celu odwzorowania rzeczywistych wartości odstępów czasu pomiędzy pojazdami.

Na rys. 2 przedstawiono wartości odstępów czasu pomiędzy pojazdami opuszczającymi kolejkę, wyznaczone symulacyjnie dla stochastycznego modelu NaSch. W trakcie eksperymentu zmieniana była wartość parametru  $p$  (prawdopodobieństwa zahamowania) w zakresie od 0 do 0,8. Symulacja ruchu obejmowała okres trzech godzin i była powtarzana sto razy dla każdej wartości parametru  $p$ . Rys. 3 przedstawia histogram odstępów czasu między pojazdami dla  $p = 0,2$ . Uzyskane wyniki pozwalają stwierdzić, że zmiana wartości parametru probabilistycznego powoduje nie tylko zmianę uzyskanych wartości odstępów czasu ale również znacząco wpływa na ich rozrzut.



Rys. 2. Zależność odstępów czasu między pojazdami od wartości parametru  $p$  dla modelu NaSch2

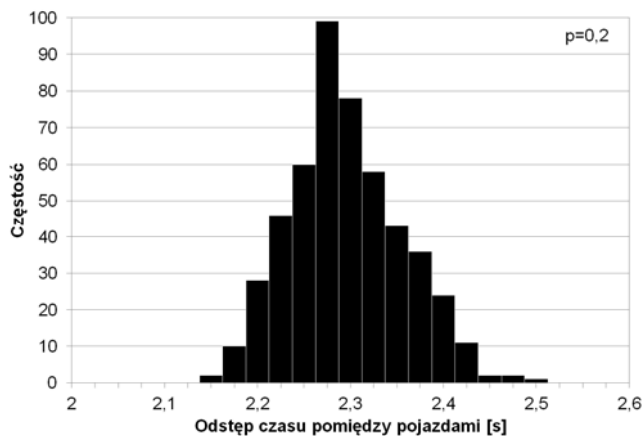
Modelując proces rozładowania kolejki pojazdów za pomocą stochastycznego automatu komórkowego możemy dobrać wartość parametru probabilistycznego tak aby uzyskana z symulacji oczekiwana wartość odstępów czasu pomiędzy pojazdami odpowiadała

naszym założeniom. Nie mamy jednak wpływu na rozrzut wartości natężenia nasycenia – nie możemy zmienić szerokości przedziału w którym te wartości będą się zawierały.

Dodatkowym ograniczeniem, które trzeba brać pod uwagę podczas kalibracji stochastycznego automatu komórkowego jest fakt, że wartość parametru probabilistycznego  $p$  poza natężeniem nasycenia determinuje również średnią prędkość pojazdów w ruchu swobodnym. Dla automatu NaSch średnia prędkość w ruchu swobodnym jest dana wzorem:

$$v_{sr} = v_{max} - p \quad (6)$$

gdzie prędkości  $v_{sr}$  i  $v_{max}$  wyrażone są w komórkach na krok czasowy.



Rys. 3. Histogram odstępów czasu między pojazdami dla modelu NaSch z parametrem  $p=0,2$

Istotną wadą stochastycznych automatów komórkowych jest konieczność stosowania metody Monte Carlo, co wiąże się z wysoką złożonością obliczeniową i pamięciową algorytmu symulacji. Ocena efektywności sterowania ruchem przy użyciu automatów stochastycznych wymaga wielokrotnego powtarzania symulacji oraz przechowywania i przetwarzania wyników pośrednich. Stanowi to poważną przeszkodę dla zastosowań w systemach sterowania ruchem, gdzie symulacja musi być realizowana szybciej niż w czasie rzeczywistym [7].

## 4. ROZMYTY AUTOMAT KOMÓRKOWY

W celu wyeliminowania omówionych w poprzednim rozdziale ograniczeń, które utrudniają zastosowanie istniejących modeli komórkowych do sterowania ruchem drogowym, zaproponowano zastosowanie rozmytego automatu komórkowego. Opracowany model zachowuje podstawowe zalety automatów komórkowych a jego

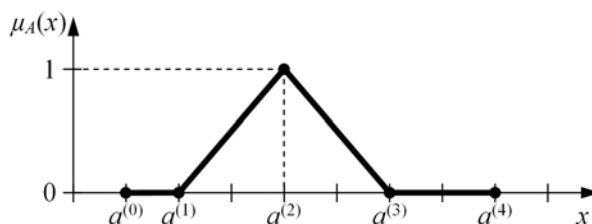
dotatkowe parametry ułatwiają kalibrację i umożliwiają odwzorowanie strumieni pojazdów z uwzględnieniem rzeczywistych wartości odstępów czasu.

W odróżnieniu od innych modeli wykorzystujących automaty komórkowe, opracowany model opisuje pozycje i prędkości pojazdów za pomocą liczb rozmytych. Reguła aktualizacji stanu modelu zawiera operacje realizowane wyłącznie na liczbach rozmytych. Dzięki tym modyfikacjom usunięto z modelu zmienne losowe i wyeliminowano konieczność stosowania metody Monte Carlo. Niepewność parametrów modelu i wyników symulacji została uwzględniona bezpośrednio w opisie rozmytym.

Zgodnie z zaproponowaną metodą, w modelu używane są trójkątne liczby rozmyte reprezentowane za pomocą wektora pięciu liczb rzeczywistych. W dalszej części niniejszego artykułu wszystkie liczby rozmyte będą oznaczane wielkimi literami, zgodnie z następującą notacją:

$$A = (a^{(0)}, a^{(1)}, a^{(2)}, a^{(3)}, a^{(4)}) \quad (7)$$

Funkcja przynależności dla przykładowej liczby rozmytej  $A$  została przedstawiona na rys. 4. Wartości  $a^{(0)}$  i  $a^{(4)}$  określają przedział, w którym muszą się zawierać składowe  $a^{(1)}$ ,  $a^{(2)}$  i  $a^{(3)}$ .



Rys. 4. Funkcja przynależności liczby rozmytej

Za pomocą symbolu „ $\sim$ ” będziemy oznaczać znormalizowane wartości składowych wektora reprezentującego liczbę rozmytą:

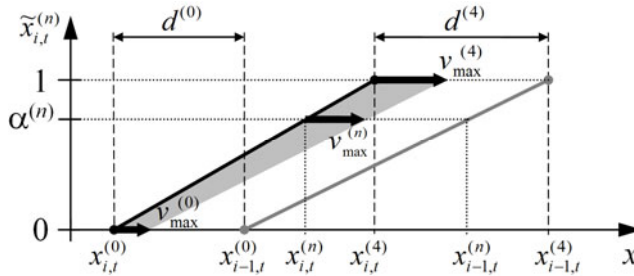
$$\tilde{a}^{(n)} = \frac{a^{(n)} - a^{(0)}}{a^{(4)} - a^{(0)}} \quad (8)$$

Odstęp czasu pomiędzy pojazdami opuszczającymi kolejkę jest parametrem wejściowym rozmytego modelu komórkowego. Dzięki temu, że odstęp czasu definiujemy za pomocą liczby rozmytej  $\Delta T$  możemy podczas kalibracji uwzględnić rozkład wartości tego parametru (rozkład zmiennej losowej możemy odwzorować w sposób przybliżony za pomocą trójkątnej funkcji przynależności).

Symulacja strumienia pojazdów w rozmytym modelu komórkowym polega na wyznaczaniu kolejnych pozycji pojazdów  $X_{i,t}$  przy użyciu dwóch reguł deterministycznych automatów komórkowych:  $f^L$  i  $f^H$ . Prędkości maksymalne dla reguł  $f^L$  i  $f^H$  wynoszą odpowiednio  $v_{\max}^{(0)}$  i  $v_{\max}^{(4)}$  natomiast minimalne odległości pomiędzy pojazdami

poruszającymi się z prędkością maksymalną są równe  $d^{(0)}$  i  $d^{(4)}$ . Zakładamy, że  $v_{\max}^{(0)} < v_{\max}^{(4)}$  i  $d^{(0)} < d^{(4)}$ .

W każdym kroku czasowym pozycja  $x_{i,t}^{(0)}$  dla pojazdu  $i$  obliczana jest zgodnie z regułą  $f^L$ , zaś pozycja  $x_{i,t}^{(4)}$  zgodnie z regułą  $f^H$ . Do wyznaczenia pozycji  $x_{i,t}^{(n)}$ ,  $n = 1, 2, 3$  w danym kroku czasowym wybierana jest jedna z dwóch reguł ( $f^L$  lub  $f^H$ ). Wybór reguły odbywa się zgodnie z algorytmem, który został przedstawiony w dalszej części niniejszego rozdziału. W wyniku zastosowania reguł  $f^L$  i  $f^H$  możemy określić odcinek drogi  $[x_{i,t}^{(0)}; x_{i,t}^{(4)}]$ , na którym będzie się znajdował  $i$ -ty pojazd (rys. 5).



Rys. 5. Pozycje pojazdów i odstęp między pojazdami w rozmytym modelu komórkowym

Na rys. 5 przedstawiono zależności pomiędzy znormalizowaną wartością  $n$ -tej składowej liczby rozmytej opisującej pozycję pojazdu  $\tilde{x}_{i,t}^{(n)}$  oraz odpowiadającą jej pozycją  $x_{i,t}^{(n)}$ , prędkością  $v_{\max}^{(n)}$  i odlegością  $d^{(n)} = x_{i,t}^{(n)} - x_{i-1,t}^{(n)}$ . Rysunek uwzględnia pozycje dwóch pojazdów oznaczonych indeksami  $i$  oraz  $i - 1$ . Należy zauważyć, że zmiana wartości  $\alpha^{(n)}$  pociąga za sobą zmianę pozycji pojazdów, prędkości i odległości między pojazdami.

Za pomocą symbolu  $D$  oznaczymy odległość pomiędzy pojazdami poruszającymi się z prędkością maksymalną  $V_{\max}$ . W rozmytym modelu komórkowym wielkości  $V_{\max}$  i  $D$  są zdefiniowane za pomocą liczb rozmytych. Odstęp czasu między pojazdami może zostać wyznaczony jako iloraz:

$$\Delta T = \frac{D}{V_{\max}} \quad (9)$$

Z zależności przedstawionych na rys. 5 wynika, że:

$$d^{(n)} = d^{(0)} + \alpha^{(n)}(d^{(4)} - d^{(0)}) \quad (10)$$

oraz

$$v_{\max}^{(n)} = v_{\max}^{(0)} + \alpha^{(n)}(v_{\max}^{(4)} - v_{\max}^{(0)}) \quad (11)$$

Możemy więc zapisać:



$$\Delta t^{(n)} = \frac{d^{(0)} + \alpha^{(n)}(d^{(4)} - d^{(0)})}{v_{\max}^{(0)} + \alpha^{(n)}(v_{\max}^{(4)} - v_{\max}^{(0)})} \quad (12)$$

A zatem, zadany odstęp czasu pomiędzy pojazdami  $\Delta t^{(n)}$  zostanie osiągnięty jeżeli spełniony będzie następujący warunek:

$$\alpha^{(n)} = \frac{d^{(0)} - \Delta t^{(n)} v_{\max}^{(0)}}{\Delta t^{(n)}(v_{\max}^{(4)} - v_{\max}^{(0)}) - (d^{(4)} - d^{(0)})} \quad (13)$$

Aby w opracowanym modelu uzyskać odstępy czasu pomiędzy pojazdami odpowiadające liczbie rozmytej  $\Delta T$  należy na podstawie wzoru (13) ustalić wartości  $\alpha^{(n)}$ ,  $n = 1, 2, 3$ . Ponadto, podczas wyznaczania pozycji pojazdów musi zostać uwzględniony warunek:

$$\tilde{x}_{i,t}^{(n)} = \tilde{v}_{\max}^{(n)} = \tilde{d}^{(n)} = \alpha^{(n)} \quad (14)$$

W zaproponowanym algorytmie symulacji operacja aktualizacji stanu modelu jest realizowana zgodnie z następującymi wzorami:

$$x_{i,t+1}^{(0)} = f^L(x_{i,t}^{(0)}, v_{i,t-1}^{(0)}, g_{i,t}^{(0)}), \quad (15)$$

$$x_{i,t+1}^{(4)} = f^H(x_{i,t}^{(4)}, v_{i,t-1}^{(4)}, g_{i,t}^{(4)}), \quad (16)$$

$$x_{i,t+1}^{(n)} = \begin{cases} f^L(x_{i,t}^{(n)}, v_{i,t-1}^{(n)}, g_{i,t}^{(n)}) & \text{dla } \tilde{x}_{i,t}^{(n)} > \alpha^{(n)} \\ f^H(x_{i,t}^{(n)}, v_{i,t-1}^{(n)}, g_{i,t}^{(n)}) & \text{dla } \tilde{x}_{i,t}^{(n)} \leq \alpha^{(n)}, \end{cases} \quad n = 1, 2, 3. \quad (17)$$

Warunki (13) i (14) zostały uwzględnione poprzez wprowadzenie zależności (17). Zgodnie tą zależnością, założony odstęp czasu pomiędzy pojazdami zostaje osiągnięty w wyniku odpowiedniego wyboru reguły podczas obliczania pozycji pojazdów w kolejnych krokach czasowych symulacji.

## 5. SYMULACJA RUCHU

Celem przeprowadzonych badań symulacyjnych było potwierdzenie możliwości odwzorowania procesu rozładowania kolejki pojazdów w rozmytym modelu komórkowym z uwzględnieniem założonych odstępow czasu pomiędzy pojazdami. Implementacja rozmytego modelu komórkowego została opracowana na podstawie definicji (15)–(17) z zastosowaniem dwóch reguł deterministycznych  $f^L$  i  $f^H$ , które można przedstawić w sposób ogólny za pomocą wzoru:

$$x_{i,t+1} = x_{i,t} + u_{j,k}, \quad (18)$$

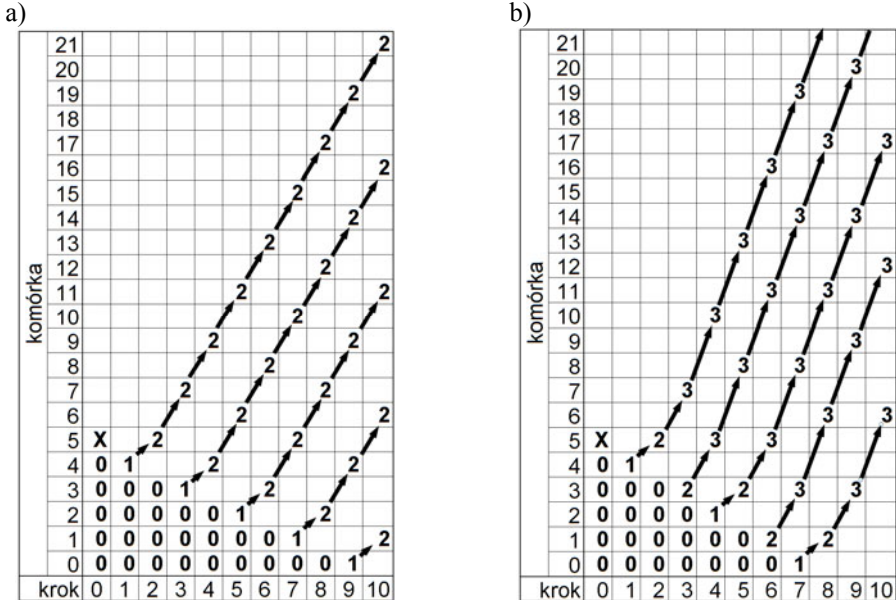
gdzie  $u_{j,k}$  jest elementem macierzy  $U$  o indeksach  $j = v_{i,t-1} + 1$ ,  $k = \min(g_{i,t}, 4) + 1$ .

Wartość  $u_{j,k}$  określa prędkość (w komórkach na krok czasowy) z jaką będzie przemieszczał się pojazd  $i$  w danym kroku symulacji, jeżeli w poprzednim kroku czasowym prędkość tego pojazdu wynosiła  $v_{i,t-1}$  a aktualna liczba wolnych komórek przed pojazdem jest równa  $g_{i,t}$ .

Dla reguł  $f^L$  i  $f^H$  przyjęto następujące macierze  $U^L$  i  $U^H$ :

$$U^L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad U^H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad (19)$$

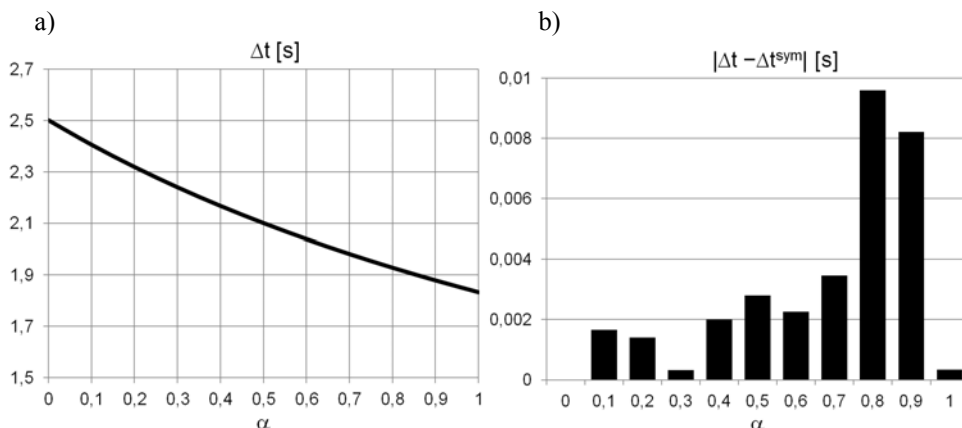
Na rys. 6 porównano przebieg symulacji rozładowania kolejki pojazdów dla dwóch zdefiniowanych powyżej reguł. W kroku czasowym nr 0 w kolejce znajduje się pięć pojazdów i wyświetlany jest sygnał czerwony (symbol X). W kolejnych krokach czasowych pojazdy otrzymują sygnał zielony i ruszają z miejsca. Cyfry umieszczone w komórkach oznaczają prędkości pojazdów.



Rys. 6. Symulacja rozładowania kolejki pojazdów: a) reguła  $f^L$ , b) reguła  $f^H$

Odległości  $d$  obliczamy sumując liczbę wolnych komórek pomiędzy pojazdami i liczbę komórek zajmowanych przez pojazd. W rozpatrywanym modelu każdy pojazd zajmuje jedną komórkę. Analizując przykład z rys. 6 możemy stwierdzić, że dla reguły  $f^L$  odległości pomiędzy pojazdami poruszającymi się z prędkością maksymalną są stałe:  $d^{(0)} = 5$  komórek. W przypadku reguły  $f^H$  odległości dla kolejnych pojazdów wynoszą na przemian 5 i 6 komórek, co daje średnią  $d^{(4)} = 5,5$  komórki. Prędkości maksymalne w komórkach na krok czasowy dla reguł  $f^L$  i  $f^H$  wynoszą odpowiednio  $v_{\max}^{(0)} = 2$  i  $v_{\max}^{(4)} = 3$ . A zatem, przyjmując długość kroku czasowego równą jednej sekundzie otrzymujemy dla zastosowanych reguł następujące wartości odstępów czasu pomiędzy pojazdami:  $\Delta t^{(0)} = 2,50$  i  $\Delta t^{(4)} = 1,83$  [s].

Przeprowadzony eksperyment obejmował symulację rozładowania kolejki pojazdów z zastosowaniem rozmytego modelu komórkowego. Podczas symulacji wyznaczono średnie odstępów czasu pomiędzy pojazdami opuszczającymi kolejkę dla różnych wartości parametru  $\alpha$ . Uzyskane wyniki porównano z wartościami teoretycznymi (rys. 7 a), obliczonymi dla przyjętego modelu na podstawie wzoru (12). Rysunek 7 b) prezentuje odchyłki wyników symulacji od teoretycznych wartości odstępów czasu. Można na tej podstawie stwierdzić, że wartości odstępów czasu uzyskane podczas symulacji realizowanej zgodnie z regułami (15-17) są bardzo zbliżone do wartości, które wynikają z założeń teoretycznych przyjętych dla opracowanego modelu. Maksymalna odchyłka nie przekroczyła jednej setnej sekundy i w związku z tym można ją uznać za pomijalnie małą.



Rys. 7. Odstępów czasu pomiędzy pojazdami w rozmytym modelu komórkowym:  
a) wartości teoretyczne, b) odchyłki zaobserwowane podczas symulacji

Rys. 8 prezentuje czasy zgłoszeń w komórce nr 1010 dla dwudziestu pojazdów opuszczających kolejkę. Wykres uwzględnia trzy różne wartości parametru  $\alpha$  (0,1, 0,5 i 0,9). Warunki początkowe symulacji zakładały, że wszystkie pojazdy zatrzymane są w kolejce przed sygnalizatorem. Sygnalizator znajdował się w komórce nr 999. Sygnał zielony dla pojazdów był podawany w 49-tym kroku czasowym symulacji. Na podstawie przedstawionych wyników można stwierdzić, że zgodnie z oczekiwaniami przyjęcie

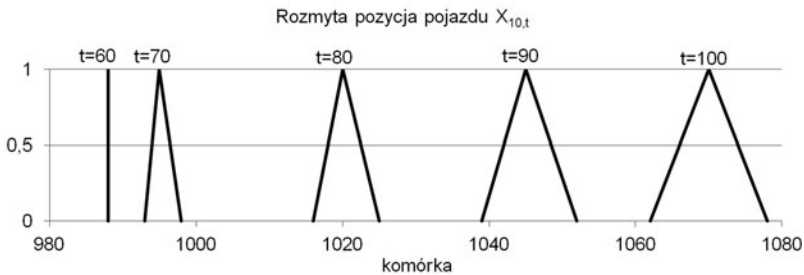
wyższej wartości parametru  $\alpha$  powoduje zmniejszenie odstępów czasu pomiędzy pojazdami i szybsze rozładowanie kolejki.



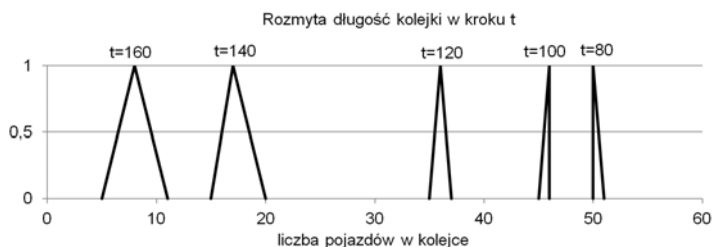
Rys. 8. Czasy zgłoszeń 20 pojazdów w komórce 1010 dla różnych wartości parametru  $\alpha$

Kolejna część eksperymentu obejmowała symulację rozładowania kolejki pojazdów dla założonej rozmytej wartości odstępu czasu  $\Delta T = (1,83, 2,00, 2,25, 2,11, 2,50)$  [s]. W przypadku tak określonych założeń wartości parametrów  $\alpha$ , obliczone zgodnie ze wzorem (13), wynoszą:  $\alpha^{(1)} = 0,67$ ,  $\alpha^{(2)} = 0,47$ ,  $\alpha^{(3)} = 0,29$ .

Przykładowe wyniki symulacji przedstawiono na rysunkach 9-11. Należy zauważyć, że wyniki symulacji realizowanej za pomocą opracowanego modelu mają również charakter liczb rozmytych. Rys. 9 ilustruje rozmyte pozycje 10-tego pojazdu w kolejce w wybranych krokach czasowych symulacji. Długość kolejki, określona jako liczba zatrzymanych pojazdów przed sygnalizatorem, jest także liczbą rozmytą (rys. 10). Liczbę rozmytą, która określa wyznaczony w trakcie symulacji czas rozładowania kolejki sześćdziesięciu pojazdów, przedstawiono na rysunku 11. Należy podkreślić fakt, że uzyskanie zaprezentowanych wyników było możliwe bez konieczności wielokrotnego powtarzania symulacji.



Rys. 9. Pozycja pojazdu nr 10 w wybranych krokach czasowych symulacji



Rys. 10. Długość kolejki w wybranych krokach czasowych symulacji



Rys. 11. Czas rozładowania kolejki

## 6. PODSUMOWANIE

Zaproponowana metoda modelowania strumieni pojazdów bazuje na zastosowaniu rozmytych automatów komórkowych. Opracowany model ruchu posiada podstawowe zalety automatów komórkowych i pozbawiony jest głównych ograniczeń, które utrudniały wykorzystanie tego typu modeli w systemach sterowania ruchem drogowym. Parametry rozmytego modelu komórkowego umożliwiają łatwą kalibrację w celu odwzorowania założonych wartości odstępów czasu pomiędzy pojazdami. Wprowadzone do modelu liczby rozmyte pozwalają uwzględnić precyzję oraz niepewność zmiennych wejściowych i wyjściowych. Istnieje zatem możliwość kalibracji modelu na podstawie niepewnych danych pomiarowych.

Przedstawione w artykule wyniki symulacji potwierdzają możliwość uzyskania założonego rozkładu odstępów czasu pomiędzy pojazdami. Rezultaty symulacji mają postać liczb rozmytych, dzięki czemu można określić przedział, w którym zawierają się wielkości wynikowe bez konieczności wielokrotnego powtarzania symulacji. W związku z powyższym algorytm symulacji bazujący na rozmytym modelu komórkowym ma znacznie niższą złożoność obliczeniową w stosunku do symulatorów wykorzystujących stochastyczne automaty komórkowe, które wymagają zastosowania metody Monte Carlo. Wymienione właściwości zaproponowanego modelu są szczególnie istotne z punktu widzenia zastosowań w systemach sterowania ruchem drogowym.

## Bibliografia

1. Brockfeld E., Barlovic R., Schadschneider A., Schreckenberg M.: Optimizing traffic lights in a cellular automaton model for city traffic, *Physical Review E* 64 056132, 2001.
2. Chowdhury D., Santen L., Schadschneider A.: Statistical physics of vehicular traffic and some related systems, *Physics Reports* 329, pp. 199–329, 2000.
3. Esser J., Schreckenberg M.: Microscopic simulation of urban traffic based on cellular automata, *International Journal of Modern Physics C* 8, pp. 1025–1036, 1997.
4. He H.D., Dong L.Y., Dai S.Q.: Simulation of traffic flow with traffic light strategies, *Journal of Shanghai University (English Edition)* 10, pp. 189–191, 2006.
5. Jin W., Zheng Y., Li J.: Microscopic simulation of traffic flow at signalized intersection based on cellular automata, in: *Proceedings of the IEEE International Vehicle Electronics Conference IVEC '99*, pp. 106–109, IEEE, 1999.
6. Maerivoet S., De Moor B.: Cellular automata models of road traffic, *Physics Reports* 419, pp. 1–64, 2005.
7. Medina J., Moreno M., Royo E.: Stochastic vs Deterministic Traffic Simulator. Comparative Study for Its Use Within a Traffic Light Cycles Optimization Architecture, in: J. Mira et al, (Eds.), *IWINAC 2005. Lecture Notes in Computer Science* 3562, pp. 99–111, Springer, Berlin Heidelberg, 2005.
8. Papageorgiou M., Diakaki C., Dinopoulou V., Kotsialos, A., Wang Y.: Review of road traffic control strategies, *Proceedings of the IEEE* 91, pp. 2043–2067, 2003.
9. Placzek B.: Fuzzy cellular model for on-line traffic simulation, in: R. Wyrzykowski et al, (Eds.), *PPAM 2009, Part II, Lecture Notes in Computer Science* 6068, pp. 553–560, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2010.
10. Placzek B.: A real time vehicles detection algorithm for vision based sensors, in: L. Bolc et al, (Eds.), *ICCVG 2010, Part II, Lecture Notes in Computer Science* 6375, pp. 211–218, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2010.
11. Placzek B.: Performance Evaluation of Road Traffic Control Using a Fuzzy Cellular Model, in: E. Corchado et al, (Eds.), *HAIS 2011, Part II, Lecture Notes in Artificial Intelligence* 6679, pp. 59–66, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2011.
12. Placzek B.: Modelowanie strumieni pojazdów z zastosowaniem automatów komórkowych i liczb rozmytych. *Logistyka* 4/2012.
13. Placzek B.: Selective data collection in vehicular networks for traffic control applications. *Transportation Research Part C* 32, pp. 14–28, 2012.
14. Rosenblueth D., Gershenson C.: A Model of City Traffic Based on Elementary Cellular Automata, *Complex Systems* 19, pp. 305–322, 2011.
15. Schadschneider A., Chowdhury D., Brockfeld E., Klauack K., Santen L., Zittartz J.: A new cellular automata model for city traffic, in: D. Helbing et al, (Eds.), *Traffic and Granular Flow '99: Social, Traffic, and Granular Dynamics*, Springer, Berlin, 2000.
16. Spyropoulou I., Modelling a signal controlled traffic stream using cellular automata, *Transportation Research Part C* 15, pp. 175–190, 2007.

## APPLICATION OF FUZZY CELLULAR AUTOMATA IN ROAD TRAFFIC MODELING

**Summary:** Microscopic traffic models based on cellular automata are increasingly used in studies of traffic control. However, discrete and stochastic nature impedes their real-time applications in adaptive traffic control systems. In this paper a method is introduced for traffic streams modeling, which combines cellular automata and fuzzy calculus. The presented approach eliminates main drawbacks of the cellular automata models i.e. necessity of multiple Monte Carlo simulations and calibration issues. Experimental results show that the proposed fuzzy cellular model can reproduce traffic queues for assumed time headway between vehicles. Moreover, the model is suitable for real-time applications in traffic control systems due to low computational complexity.

**Keywords:** road traffic modeling, traffic signal control, fuzzy cellular automata